

# **COMUNICACIÓN TÉCNICA**

## **“Matriz de Butler con 16 Puertos”**

**AUTOR:**

Armando Carrillo Vargas

### **Índice.**

- 1. Introducción.**
- 2. Acopladores Híbridos.**
- 3. Acoplamiento Direccional.**
- 4. Transformadores Híbridos.**
- 5. Híbridos de Cuadratura.**
- 6. Conmutadores de fase.**
- 7. Faseadores Controlados Digitalmente.**
- 8. Diodos Conmutadores de Fase.**
- 9. Matriz de Butler.**
- 10. Matriz de Butler Reflexiva.**
- 11. Red y Características del Patrón de Radiación de la Matriz de Butler.**
- 12. Configuración General de una Matriz de Butler con 16 Puertos.**
- 13. Referencias.**

## Introducción

El Radiotelescopio de Centelleo Interplanetario (MEXART) en Coeneo, Mich. tiene cuatro subsistemas: Un arreglo dipolar de gran área (4096 dipolos), el sistema de amplificación de campo, dos matrices de Butler (32 puertos cada una), y un sistema de receptores. En este trabajo se presenta información asociada con el subsistema denominado matriz de Butler. La matriz es el dispositivo electrónico que permite controlar la dirección del sistema de lóbulos del arreglo dipolar, permitiendo observar en varias direcciones independientes de modo simultáneo. Este dispositivo proporciona versatilidad y amplia gama de aplicaciones en la investigación astronómica.

En esta comunicación se presenta en primer término información teórica fundamental de componentes electrónicos que se emplean en el diseño y ensamble de la Matriz de Butler. En segundo término se presenta una propuesta para construir una matriz de Butler con 16 puertos empleando híbridos convencionales.

La matriz de Butler que usará el MEXART se diseña actualmente en el National Centre For Radio Astrophysic, India, el ensamble y calibración se realizará en los laboratorios del Observatorio en Coeneo, considerando esta etapa de trabajo se hace necesario contar con información integrada del tema con el fin de agilizar la trasferencia de información hacia las personas interesadas en el tema.

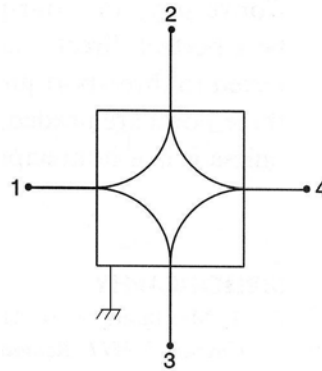
## 2. Acopladores Híbridos

Los *acopladores híbridos*, (también conocidos como *uniones híbridas* o simplemente *híbridos*), son dispositivos pasivos de cuatro puertos usados como divisores o combinadores de potencia. Son dispositivos, nominalmente, sin pérdidas; usados comúnmente en mezcladores, moduladores, y conmutadores para transmisor-receptor, etc. El símbolo especial para los híbridos se ilustra en la Figura 1. El símbolo de la Figura 1 es en realidad un diagrama de flujo de señal.

Los híbridos, es su mayoría, son dispositivos no balanceados, esto es, usan puertos coaxiales, esto implica que los cuatro puertos comparten una tierra común, indicada en la Figura 1 con un símbolo de tierra (el cual usualmente no se indica). Cada puerto tiene una impedancia característica. La mayoría de los dispositivos encapsulados presentan puertos coaxiales con impedancia de 50 ó 75 ohms.

La operación de los acopladores híbridos se puede describir, en lo general, considerando las condiciones siguientes: La potencia incidente en el puerto 1 se divide en fracciones iguales y sale hacia los puertos 2 y 3. Si ambos puertos están apropiadamente terminados no existirá reflexión, y la impedancia observada en el puerto 1 será igual a la impedancia característica. En este caso no habrá

potencia presente en el puerto 4 (es por esto que se dice que los puertos opuestos están aislados). Pero sí los puertos 2 y/o 3 no están terminados en sus propias



**Figura 1.** Símbolo esquemático para un acoplador híbrido.

impedancias características, la potencia presente en estos puertos será parcial o completamente reflejada, el coeficiente de reflexión, el cual depende del desacoplamiento es calculado exactamente como sí la potencia fuese excitada desde una línea de transmisión cuya impedancia es igual a la del híbrido. Cualquier potencia reflejada en el híbrido se divide y sigue las rutas de señal como sí ésta proviniera de una fuente externa. Es importante mencionar que dadas unas terminaciones arbitrarias en los puertos la situación descrita con anterioridad puede ser muy complicada.

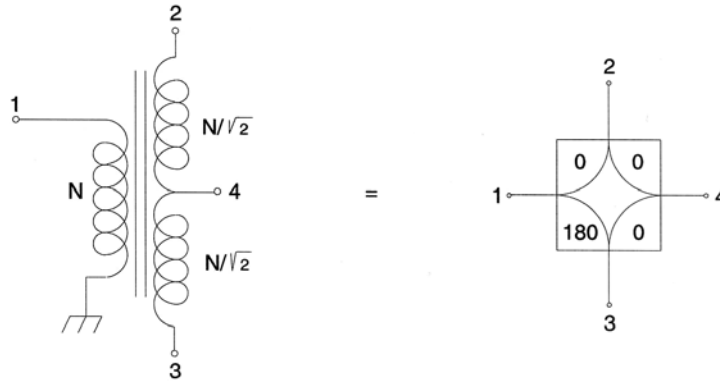
### 3. Acoplamiento Direccional

Inspeccionando las trayectorias de señal ilustradas en la Figura 1, y considerando acoplamiento en los puertos y potencia fluyendo del puerto 1 al puerto 2, se encuentra que también se tiene potencia fluyendo hacia el puerto 3 pero nada hacia el puerto 4. Sí ahora, la potencia es fluye del puerto 2 hacia el puerto 1, entonces se tiene un escenario donde hay potencia fluyendo hacia el puerto 4 pero nada hacia el puerto 3. El puerto 3 estará acoplado para potencia fluyendo del puerto 1 al puerto 2. En otro modo, el puerto 4 es acoplado para potencia fluyendo del puerto 2 al puerto 1. Por analogía con otros textos a partir de este momento se usará el término híbrido sólo para acopladores direccionales 3-dB, esto es, acopladores los cuales dividen por mitad la potencia incidente.

### 4. Transformadores Híbridos

El nombre de *transformador híbrido* fue usado por primera vez en 1920 para nombrar de modo simple a los transformadores con derivación central, mostrado en la Figura 2. El primer

devanado tiene  $N$  vueltas mientras que cada mitad del segundo devanado tiene  $N/\sqrt{2}$  vueltas, para este híbrido básico la impedancia característica de los puertos: 1, 2, y 3 son iguales y el puerto 4 tiene la mitad de impedancia, estas impedancias respectivas son arbitrarias:  $R$ ,  $R$ ,  $R$  y  $R/2$ , y de valor tan grande para que el transformador presente una inductancia con reactancia significativamente mayor que  $R$ .



**Figura 2.** En el extremo derecho se muestra el esquema general de un transformador híbrido. En el extremo izquierdo el transformador equivalente con derivación central.

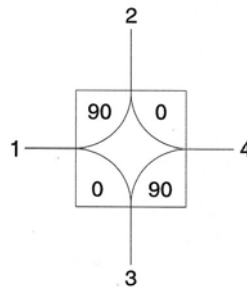
A continuación se argumenta en que modo el circuito tiene la capacidad de dividir la potencia y características aislantes de un híbrido. Primero, considere una señal conectada al puerto 1, si los puertos 2 y 3 tienen terminaciones idénticas, éstos tendrán voltaje igual y opuesto. El voltaje en el puerto 4 será cero, porque está a la mitad entre el puerto 2 y 3, y entonces el puerto 4 se dice aislado del puerto 1.

Note que una señal aplicada en el puerto 4 aparecerá sin cambio en el puerto 2 y 3 pero no aparecerá en el puerto 1 (las corrientes para el puerto 2 y 3 están en dirección opuesta de tal modo que no hay flujo neto en el transformador para proporcionar un voltaje en el puerto 1. La Figura 2 también muestra el símbolo apropiado para los híbridos. Las etiquetas: 0, 0, 0, y 180 indican el cambio de fase a través de las respectivas rutas. Una señal incidente en el puerto 1, por ejemplo, aparece en el puerto 2 sin cambio de fase ( $0^0$ ), y en el puerto 3 con su polaridad invertida ( $180^0$ ). Cualquier híbrido con estos cuatro cambios de fase se denomina *híbrido  $180^0$* .

## 5. Híbridos de Cuadratura

El transformador híbrido es, por naturaleza, un híbrido  $180^0$ . Otros circuitos son híbridos naturales a  $90^0$ , el símbolo para este híbrido se muestra en la Figura 3. Un híbrido  $180^0$  puede transformarse en otro híbrido agregando longitud en las líneas de transmisión. El híbrido  $90^0$  es

frecuentemente denominado *híbrido de cuadratura*. Este híbrido presenta rutas internas de fase  $0^{\circ}$  y  $90^{\circ}$ . Una ruta de fase  $90^{\circ}$  significa un cambio de fase igual a la generada por un cable de longitud  $\lambda/4$ .



**Figura 3.** Símbolo para un híbrido a  $90^{\circ}$ .

Una descripción de la operación del híbrido se presenta en términos de voltaje, considere que el híbrido esta conectado a una línea de transmisión, de la misma impedancia que el híbrido, para poder describir la señal en términos de onda incidente y reflejada. Una señal incidente en el puerto 1 se dividirá en dos señales iguales fluyendo hacia el puerto 2 y 3. Entonces la división de potencia es igual; la magnitud de los voltajes de las señales presentes en el puerto 2 y 3 será  $1/\sqrt{2}$  veces la magnitud del voltaje incidente. La señal saliente presentará una fase retardada, como se indica sobre el símbolo para el híbrido. Para el híbrido ilustrado en la Figura 3, la señal presente en el puerto 3 no tiene un cambio de fase adicional, pero la señal presente en el puerto 2 es multiplicada por  $\exp(-j\pi/2)$ . Suponga que una señal está también presente en el puerto 4, ésta se dividirá en señal presente en los puertos 2 y 3. El voltaje total de las ondas presentes en los puertos 2 y 3 es justamente la superposición de las ondas originadas desde los puertos 1 y 4, [4].

## 6. Conmutador de Fase

La diferencia en fase ( $\phi$ ) experimentada por una onda electromagnética de frecuencia ( $f$ ) propagándose a velocidad ( $V$ ) a través de una línea de transmisión de longitud ( $l$ ) se determina por [10]:

$$\phi = 2\pi f l / V,$$

y enfatizando que: La velocidad de una onda electromagnética es función de la permeabilidad  $\mu$  y la constante dieléctrica  $\epsilon$  del medio en que se propaga. Luego entonces, un cambio de la fase se puede realizar modificando uno o varios de los parámetros siguientes: Frecuencia, longitud en la línea, velocidad de propagación, permeabilidad, o constante dieléctrica.

La variación de la frecuencia para efectuar cambios de fase es una técnica relativamente fácil aplicada en control electrónico de lóbulos. Una de las formas más populares de conmutadores de fase aplica variación en la longitud física de las líneas de transmisión para obtener cambios de fase, especialmente cuando la longitud de la línea es digitalmente cuantizada.

Variar la rapidez de propagación modificando la permeabilidad,  $\mu$ , es el principio básico de los conmutadores de ferrita. El conmutador de fase ferroeléctricos es un ejemplo de dispositivo que depende de cambios en la constante dieléctrica para variar la rapidez de propagación.

Muchos dispositivos conmutadores de fase son *recíprocos*, esto implica que la fase cambia pero no depende de la dirección de propagación. Algunos importantes conmutadores de fase son no recíprocos. Los conmutadores de fase ideales deberán presentar capacidades amplias para realizar: cambios rápidos, manejar potencia alta, requerir señales de control de potencia mínima, tener pérdida baja, ligeros y de tamaño pequeño, gran duración, y un costo razonable. Actualmente no existe un dispositivo que presente integralmente todas las condiciones anteriores. En este contexto, los dispositivos para obtener un cambio de fase denominados conmutadores de fase, también son conocidos como *faseadores*.

## 7. Conmutadores Controlados Digitalmente

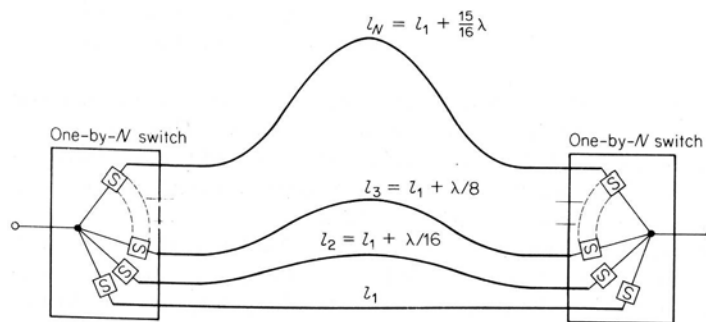
Un cambio en fase se puede obtener utilizando una cierta longitud en la línea de transmisión para aproximarse al valor de fase deseado. Las líneas de transmisión adicionales se pueden sustituir por faseadores electrónicos de alta velocidad. Diodos semiconductores y ferritas son los dispositivos empleados comúnmente en los faseadores digitales.

Existen al menos dos métodos para variar la longitud de una línea de transmisión. El primero considera que la longitud requerida para la línea puede ser seleccionada de entre varias longitudes disponibles. Esta configuración se denomina *línea- paralela*. En otra opción, la longitud requerida se obtiene combinando en serie varios segmentos de líneas, ésta se denomina configuración *línea-serie* o *cascada*. Aunque la naturaleza discreta en el control digital del faseador significa que el valor exacto del cambio de fase requerido no puede ser alcanzado sin un error, pero se puede estimar el error y tratar de que sea tan pequeño como se requiera.

Los faseadores analógicos, los cuales están cambiando continuamente, no pueden ajustarse a cierta fase de valor preciso sin tener un especial cuidado en la calibración realizada sobre todo el rango de temperatura y frecuencia de operación.

La Figura 4 ilustra la configuración línea-paralela de un faseador controlado digitalmente en el cual la longitud requerida es obtenida con un par de conmutadores (1: N). Cada una de las N líneas tiene longitud diferente:  $L_1, L_2, L_3, \dots, L_n$ . El número de líneas depende del grado de fase cuantizada que puede ser tolerado. El número es limitado por la calidad del conmutador, determinada por la diferencia de impedancia entre las posiciones OFF y ON. Con varios conmutadores en paralelo, la impedancia de cada OFF deberá de ser muy alta sí la impedancia combinada es muy grande comparada con la impedancia ON de un sólo conmutador. Una configuración línea-paralela con 16 opciones de longitud proporciona una fase cuantizada de  $22.5^\circ (\pm 11.25^\circ)$ , suponiendo que la n-ésima línea es de longitud  $\lambda/16$ .

Una opción de conmutador es el diodo semiconductor. Los diodos integrados a los extremos de una línea seleccionada, son operados con polarización directa para presentar una impedancia baja.



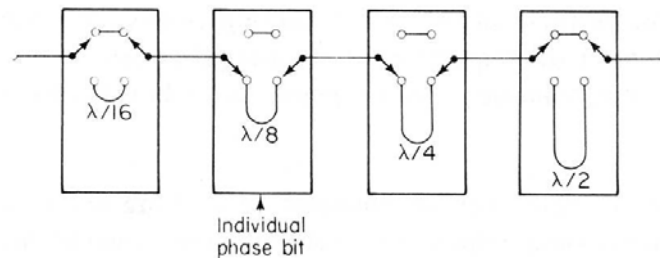
**Figura 4.** Esquema de un conmutador de fase línea-paralela con N líneas seleccionables digitalmente.

El resto de los diodos acoplados a las líneas no requeridas son operados con una polarización inversa para presentar impedancia alta. Las líneas seleccionadas pueden ser de cualquier tipo: coaxiales, desnudas, micro-cintas impresas, etc. Las líneas desnudas han sido usadas exitosamente, especialmente, a frecuencias bajas.

Una ventaja de la configuración línea-paralela es que la señal pasa a través de 2 conmutadores y, en principio, tiene una inserción de pérdida menor que la asociada a una configuración en cascada. Una desventaja es el número mayor, relativo, de líneas y conmutadores requeridos cuando es necesario minimizar el error. La configuración línea-paralela se aplica cuando se requiere un cambio de fase mayor a  $2\pi$  radianes.

Los faseadores digitales en cascada tienen más aplicaciones que la configuración línea-paralela. La Figura 5 representa un esquema de conmutadores de 4 bits formando un arreglo de 4 módulos en cascada. Cada módulo contiene un conmutador que inserta cambios de fase:  $0$  ó  $360/2^n$

grados, donde:  $n = 1, 2, 3, 4$ . Cuando los dos conmutadores superiores están abiertos, los dos de abajo están cerrados y viceversa. Note que para el estado de fase “cero”, el cambio de fase generalmente no es cero, y además se tiene un cierta fase residual  $\phi_0$ . Entonces los dos estados proporcionan una fase de  $\phi_0$  y  $\phi_0 + \Delta\phi$ . La diferencia  $\Delta\phi$  entre los dos estados es la fase requerida del módulo. Los arreglos en las Figuras 4 y 5 llevan consigo el uso de diodos semiconductores. Faseadores de ferrita también son controlados digitalmente, pero en un modo ligeramente diferente.



**Figura 5.** Conmutador de fase digital de 4 bit en cascada de cuantización  $\lambda/16$ . El arreglo en particular muestra un cambio de fase de  $135^\circ$  ( $3/8$  de  $\lambda$ ).

## 8. Diodos Conmutadores de Fase

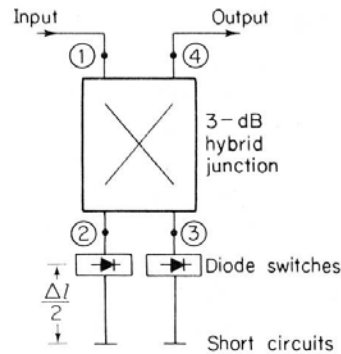
Las propiedades de un diodo semiconductor son de interés para los conmutadores de fase, esto se debe a que su impedancia puede ser modificada empleando cambios en la polarización del voltaje de control. Esto permite que el diodo actúe como un conmutador. Los faseadores basados en diseños con diodos pueden ser de, relativamente, potencia alta y pérdida baja, y puede cambiar rápidamente de un estado de fase a otro. También son insensibles, relativamente, a cambios de temperatura, pueden operar con potencia de control baja y son empleados en un rango de frecuencia muy amplio y son de tamaño compacto.

Existen tres métodos básicos para emplear diodos semiconductores en conmutadores de fase de control digital, la opción depende del circuito usado para obtener una fase individual de un bit. Estos son: La línea-conmutada, el acoplador híbrido, y la línea-cargada. La línea conmutada fue presentada en la Figura 5. Cada bit de fase consiste de dos líneas de longitud diferente que proporcionan un cambio de fase diferencial, dos conmutadores de polo sencillo y un conmutador de doble tiro utilizando cuatro diodos.

El acoplador híbrido de un bit de fase, como el mostrado en la Figura 6, emplea un híbrido 3-dB con terminación reflectante balanceada conectada a los brazos acoplados. Los dos diodos controlan el cambio de fase. El híbrido 3-dB tiene la propiedad de dividir por igual la potencia de la

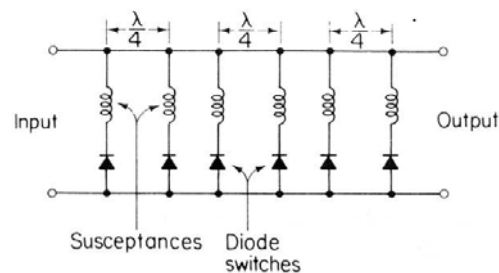


señal en el puerto 1 y transmitirla hacia los puertos 2 y 3. No aparecerá energía en el puerto 4. Los diodos actúan para permitir el paso o evitar la reflexión de señal.



**Figura 6.** Acoplador híbrido de un bit.

Cuando la impedancia de los diodos es tal que permite pasar la señal, la señal será reflejada por los circuitos cerrados que se encuentran más allá de las líneas de transmisión. Las señales en el puerto 2 y 3, después de la reflexión en los diodos o de los circuitos cerrados, se combinan en el puerto 4. Nada de energía reflejada aparecerá en el puerto 1. La diferencia en la longitud de la trayectoria con los diodos conmutados en abierto y cerrado es  $\Delta l$ . Las dos trayectorias  $\Delta l$  son seleccionadas para corresponder a un incremento deseado del conmutador digitalizado. Un faseador de N bits se puede obtener usando N híbridos en cascada.



**Figura 7.** Conmutador de fase de línea cargada periódicamente.

El conmutador de línea cargada, presentado en la Figura 7, consiste de una línea de transmisión cargada y espaciada periódicamente con: impedancias o susceptancias. Los diodos son usados para cambiar entre los dos estados de susceptancia. El espacio entre los diodos es aproximadamente  $1/4\lambda$  a la frecuencia de operación. Las susceptancias contiguas son iguales y están espaciadas a  $1/4\lambda$  y toman cualquiera de los dos valores. Sí la magnitud de la susceptancia

normalizada es pequeña, la reflexión desde cualquiera par de susceptancias simétricas se puede cancelar, de tal modo que la transmisión acoplada resultará para cualquiera de las dos condiciones de susceptancia. Cada par de diodos espaciados  $1/4\lambda$  produce un incremento de la fase deseada. El número de pares que están en cascada determina el valor del cambio de fase de transmisión.

Los conmutadores de acoplamiento híbrido tienen, generalmente, menor pérdida de inserción que los otros dos, y usan un menor número de diodos. Y éstos pueden operar en un ancho de banda muy amplio. Los faseadores de línea conmutada usan más diodos que otros tipos y tienen una respuesta no deseada en frecuencia-fase la cual puede ser corregida a expensas de incrementar la pérdida de inserción.

Información más amplia sobre otros tipos de conmutadores de fase se puede encontrar en Skolnik [10].

## 9. Matriz de Butler

Existen diferentes métodos y dispositivos para implementar la formación y direccionamiento de un haz o lóbulo, en frecuencias de radio, uno de los métodos emplea una red configurada en paralelo, atribuida a Butler [1], y descubierta independientemente por Shelton [6]. Esta es una red sin pérdidas, la cual utiliza acopladores direccionales 3-dB, o uniones híbridas, y conmutadores de fase fija. Esta técnica se emplea para formar  $N$  lóbulos contiguos generados con un arreglo de  $N$  radiadores o dipolos, donde  $N = 2^p$  y  $p$  es entero.

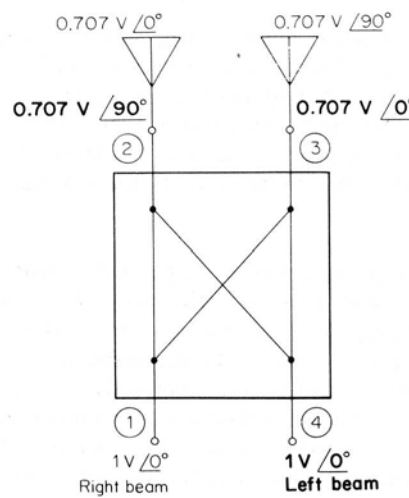
La matriz de Butler tiene  $2^p$  entradas y  $2^p$  salidas. El número de acopladores direccionales o híbridos requeridos para un arreglo de  $N$  elementos es:  $(N/2)\log_2 N$ , y el número de conmutadores de fase fija es:  $(N/2)(\log_2 N - 1)$ . Modificaciones de arreglos de Butler para cualquier número de elementos han sido sugeridas, pero el resultado para la red generadora del lóbulo no ha sido necesariamente el de pérdida menor, [12, 2].

La complejidad de la matriz de Butler se incrementa con el número de elementos. Una matriz de 64 elementos, por ejemplo, requiere de 192 acopladores direccionales y 160 cambiador de fase fija. La construcción de una red de Butler compleja requiere gran número de conexiones de empalme en las líneas de transmisión, esto puede presentar dificultades prácticas en la fabricación de circuitos impresos usados para ensamblar el dispositivo [11]. Varios haces también requieren varios receptores en paralelo, una complejidad extra. Por estas razones, la matriz de Butler con un gran número de elementos no es la regla general.

El ensamble típico de la matriz de Butler, por lo general, usa acopladores direccionales 3-dB con una diferencia de fase de  $90^\circ$  entre las dos salidas. Uniones híbridas también pueden ser usadas.

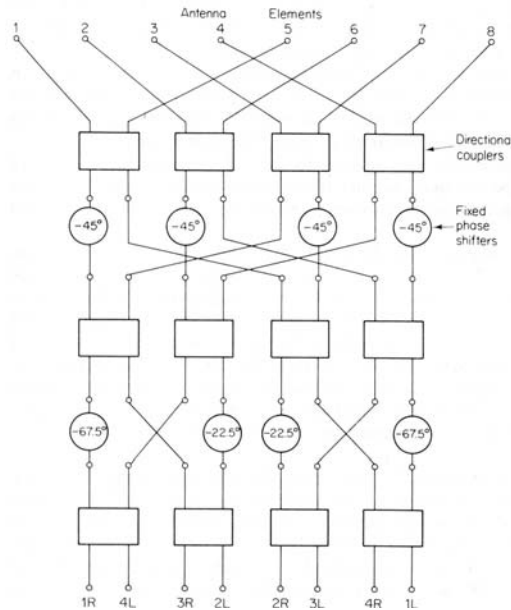
Estas producen una diferencia de fase de  $180^0$  entre las dos señales a la salida y requieren de una ligera diferencia en el procedimiento de diseño.

Para tener una idea básica de la operación de una red de acoplamiento, considere un arreglo simple con dos dipolos espaciados  $\lambda/2$  y conectado a dos puertos de un acoplador híbrido 3-dB como se muestra en la Figura 8. Si una señal se aplica en el puerto 1, un gradiente de fase de  $90^0$  será la resultante entre las señales en los puertos 2 y 3, lo cual producirá un haz orientado  $30^0$  a la derecha de la normal del arreglo. Una señal insertada en el puerto 4 genera una distribución de fase que produce un haz orientado  $30^0$  hacia la izquierda respecto de la normal del arreglo.



**Figura 8.** Acoplador direccional de 3-dB generando dos lóbulos de un arreglo de dos elementos.

Así de esta manera un arreglo simple de dos radiadores y un acoplador 3-dB produce dos haces independientes. El arreglo de dos elementos es un ejemplo trivial de formación de lóbulos con la red Butler. La Figura 9 ilustra el circuito básico de un arreglo con ocho elementos que genera ocho haces independientes. Este utiliza 12 acopladores direccionales y 8 conmutadores de fase fijos, los cuales tienen diferentes valores.



**Figura 9.** Esquema básico para una Matriz de Butler para 8 lóbulos, usando ocho conmutadores de fase fija y doce acopladores direccionales.

La red formadora de lóbulos Butler es, teóricamente, sin pérdida; i.e., *no hay potencia intencionalmente disipada en las terminales*. Siempre existirá una pérdida de inserción finita, como siempre, asociada con las pérdidas inherentes en: los acopladores direccionales, cambiadores de fase, y líneas de transmisión que conforman la red.

Una red de 16 elementos a 900 MHz, por ejemplo, tiene una pérdida de inserción de 0.74 dB, todas prácticamente asociadas con las líneas de circuito impreso usadas en su construcción [2]. En una configuración sin pérdida, una antena pasiva radiando múltiples haces desde una apertura común ha demostrado [12] que el patrón de radiación y el nivel de salto de los haces adyacentes no puede ser especificado independientemente. Con una iluminación uniforme, como en el arreglo de Butler, el nivel de salto es 3.9 dB por abajo del valor pico. Este es independiente de la posición, espacio entre elementos, y longitud de onda.

Es posible construir arreglos planares que usen redes de Butler para generar un abanico de lóbulos. Un arreglo de  $2^p$  por  $2^q$  elementos, (donde:  $p$  y  $q$  son enteros), requiere  $2^p + 2^q$  redes para alcanzar  $2^{p+q}$  lóbulos. Otros métodos para implementar y usar redes de Butler en arreglos planares son posibles. Shelton, por ejemplo, describe una técnica para generar múltiples haces en un arreglo planar exagonal con espaciamiento triangular, [7].

## 10. Matriz de Butler Reflexiva

Una matriz de Butler convencional se puede diseñar usando acopladores simétricos 3-dB [1]. Cada matriz puede ser usada como un módulo para construir una configuración más grande. Las configuraciones son simétricas, aproximadamente, sobre un eje longitudinal el cual divide los puertos de entrada y salida en dos mitades; exceptuando las dos configuraciones más pequeñas las cuales no son simétricas con respecto del eje que divide las dos mitades. Luego entonces estas matrices actúan como lentes en una dirección. Esto es, el punto de alimentación corresponde al plano focal, y las salidas corresponden a la región de colimación. Es posible lograr lentes operando en dirección opuesta reorganizando los puertos de entrada y agregando conmutadores de fase apropiados en algunos de los puertos de entrada. Dejando a un lado los resultados bidireccionales de las lentes en la red, la red no presenta simetría física entre los puertos de entrada y salida. Es evidente que una matriz la cual es simétrica respecto del eje medio entre los puertos de entrada y salida es la configuración deseada. Tal matriz podría ser cortada en el plano de simetría de tal modo que los puertos de entrada y salida serían idénticos. En esta manera, la mitad de la matriz podría corresponder a un sistema del tipo reflexivo en el cual la posición de alimentación esta en el plano de apertura [9].

## **11. Red y Características del Patrón de Radiación de una Matriz de Butler Alimentada con un Arreglo**

Como se ha mencionado antes, una matriz de Butler es una red de  $2N$  puertos, donde  $N = 2^p$  ( $p$  es un entero). Un conjunto de  $N$  puertos son las entradas y otro conjunto igual son salidas. Todos los puertos están acoplados y los  $N$  puertos de entrada están mutuamente aislados, la misma condición se aplica en los  $N$  puertos de la salida. El coeficiente de transferencia de potencia para cualquier puerto, de entrada o salida, es  $1/N$ . Si la potencia es alimentada en cualquiera de los puertos de entrada esta se divide uniformemente, sin pérdida, entre los  $N$  puertos de salida. Para cada puerto de entrada usado existirá una distribución de fase particular entre los puertos de salida.

Para un ordenamiento apropiado de los puertos de salida, todas las distribuciones de fase son lineales; esto es, si los puertos de salida son numerados  $n = 1, 2, \dots, N$ , la diferencia de fase entre los puertos  $n$  y  $n - 1$  es constante para toda  $n$ . Esta constante es diferente para cada puerto de entrada. Si los puertos de entrada son numerados  $m = 1, 2, \dots, N$ , la diferencia de fase puede ser expresada como [9]:

$$\Delta\phi_m = \phi_0 + 2\pi m / N,$$

donde  $\phi_0$  es una fase constante, seleccionada apropiadamente, la cual es fija para toda  $m$ . La transferencia de fase de un puerto  $m$  a otro  $n$  puede ser expresada como:

$$\phi_{m n} = \phi_m + n (\phi_0 + 2 \pi m / N),$$

donde:  $\phi_m$  es una constante por seleccionar para cada valor de  $m$ .

El valor de  $\phi_0$  es, generalmente, determinado por la aplicación deseada para la red. Por ejemplo, una matriz alimentada por un arreglo circular requiere una distribución de fase cíclica en la salida para la cual  $\phi_0 = 0$ . La red presentada aquí tiene  $\phi_0 = \pi / N$  como resultado de la simetría impuesta.

Sí los puertos de salida son alimentados a un arreglo lineal de antenas con amplitud uniforme, y distribución de fase generada por cualquier entrada producirá un patrón de radiación directivo de la forma [9]:

$$E(\psi) = \frac{\text{sen}N(\psi - \psi_0)}{N\text{sen}(\psi - \psi_0)},$$

donde:  $\psi = (2\pi d \text{sen}\theta) / \lambda$ ,

$$\psi_0 = (2\pi d \text{sen}\theta_0) / \lambda = \Delta\phi_m, ,$$

denominando a  $d$  como el espaciamiento entre elementos del arreglo,  $\lambda$  la longitud de onda;  $\theta$  el ángulo relativo a la normal del arreglo y  $\theta_0$  la dirección del haz. El sistema multipuertos resultante consiste de un arreglo de  $N$  elementos conectado a una matriz de Butler de  $2N$ -puertos, con  $N$  puertos de salida, cada uno de los cuales produce un lóbulo.

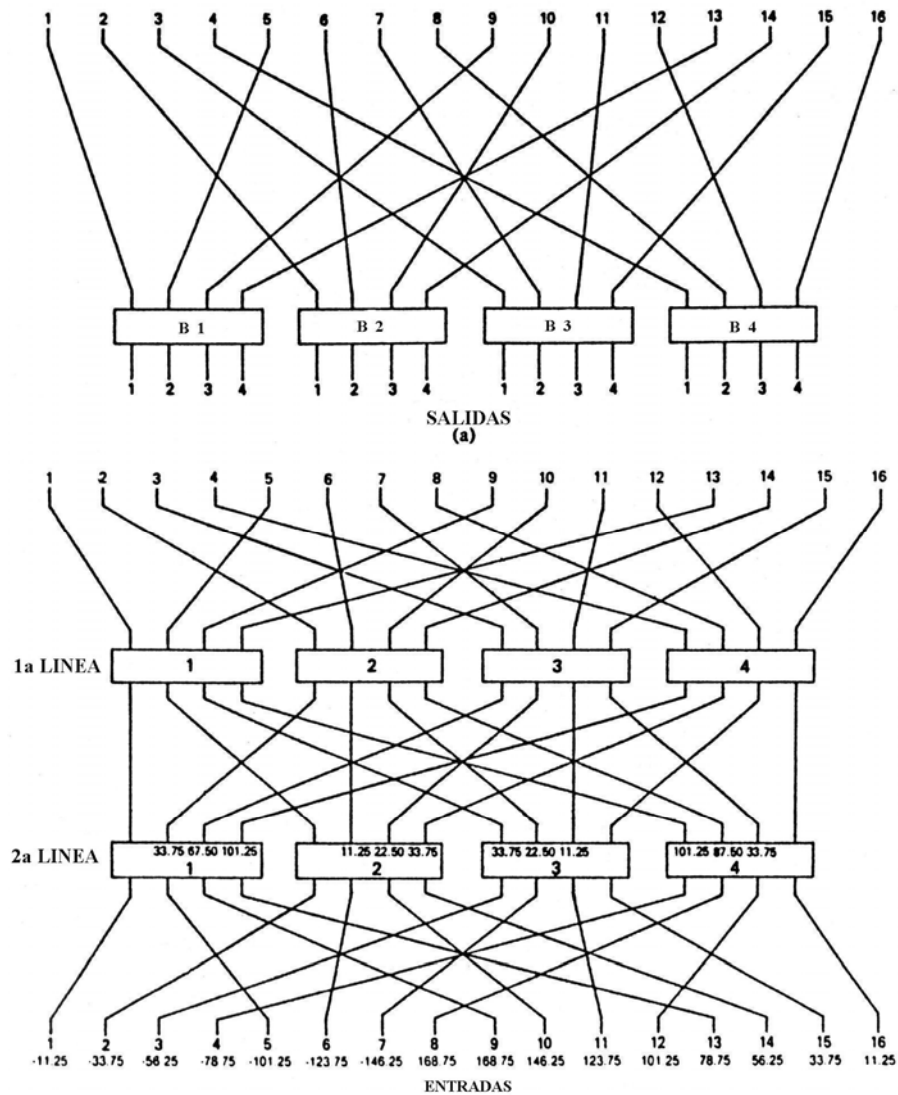
Se puede demostrar que el patrón múltiple de la antena forma un conjunto ortogonal, como lo son las distribuciones de salida del arreglo. Un haz corresponde a una distribución de apertura y también a un puerto de entrada particular. La red que presente las características descritas anteriormente con el menor número de componentes es una matriz de Butler.

Esta red es análogamente cercana a la transformada de Fourier rápida [8]. En el análisis presentado aquí la red se generará usando acopladores direccionales híbridos 3-dB, aunque pueden ser usados otros tipos de acopladores híbridos de cuatro puertos. Como previamente se estableció, la matriz de Butler tiene  $N = 2^p$  puertos, pero es posible diseñar redes con una  $N$  arbitraria.

## 12. Configuración General de una Matriz Butler con 16 puertos

En general, redes con un número grande de puertos de entrada se implementan usando redes con menor número de puertos de entrada. Un ejemplo de esto es la formación de una matriz de 16 puertos de entrada usando matrices de 4 puertos de entrada. Luego entonces, inicialmente se requiere de cuatro bloques, (cada bloque es una matriz de cuatro puertos), conectados como se muestra en la Figura 3(a). Las salidas del bloque, **B1**, serán denominadas: 1, 5, 9, y 13, y aquellas del bloque, **B2**, serán: 2, 6, 10, y 14, etc. Una línea adicional de cuatro matrices de 4 puertos es requerida para

combinar las entradas de esos cuatro bloques. La conexión de la segunda línea con la primer línea de bloques es ilustrada en la Figura 3(b).



**Figura 3.** (a) primera línea de una matriz de Butler usando matrices de cuatro puertos como módulos de construcción. (b) Una matriz de Butler de 16 puertos.

Las primeras entradas de cada uno de los cuatro bloques en la segunda línea son conectadas al bloque 1 de la primer línea, y cuatro entradas son formadas: 1, 5, 9, y 13. Entonces las direcciones de los lóbulos (o gradientes de fase) de la matriz de 16-puertos son diferentes de aquellas de la matriz de 4-puertos, cambios de fase adicionales deberán de incluirse para implementar esta diferencia.

Por ejemplo, la entrada 1 del bloque tiene un gradiente de fase de  $-45^{\circ}$ , pero en la matriz de 16 puertos el gradiente fase de la primer entrada es  $-11.25^{\circ}$ . Para alcanzar esta diferencia,

conmutadores de fase con  $33.75^{\circ}$ ,  $67.5^{\circ}$  y  $101.25^{\circ}$ , son requeridos para la segunda, tercera y cuarta salidas del primer bloque en la segunda línea, respectivamente. Las entradas de este bloque forman, ahora, lóbulos apuntando en las direcciones  $\psi_0$ :  $-11.25^{\circ}$ ,  $101.25^{\circ}$ ,  $168.75^{\circ}$ , y  $78.75^{\circ}$ . un procedimiento análogo es requerido para agregar fases adicionales en los bloques: 2, 3, y 4 de la segunda línea. Las líneas de entrada de toda la red son entonces entrelazadas para ser simétricas con las líneas de salida.

En general, la configuración de la red matricial y conexiones pueden ser descritos por el procedimiento siguiente [5].

1. El producto del número de bloques en cada línea y el número de puertos de entradas en cada bloque es igual al número total de puertos de entrada.
2. Las líneas son numeradas 1, 2,..., P. Considere que el bloque en la i-ésima línea tiene  $L_i$  puertos. El número total de puertos en la matriz es  $N = \prod_{i=1}^P L_i$ , y el número de bloques en la i-ésima línea es  $M_i = \prod_{j=1}^P L_j$ , donde la prima indica que el factor  $j = i$  es omitido.
3. Una variedad de procedimientos puede ser establecida para interconectar los bloques en las líneas sucesivas de toda la matriz, exactamente análogo con la variedad de diagramas de flujo disponibles para la transformada de Fourier rápida [3, 8].

Un procedimiento “simple” se describe a continuación. Las líneas que serán interconectadas son:  $i$  e  $i+1$ ; el tamaño de los bloques es  $L_i$  y  $L_{i+1}$ ; el número de bloques en cada línea son  $M_i$  y  $M_{i+1}$ . Además se considera que:  $L_i M_i = L_{i+1} M_{i+1} = N$ .

Las salidas de los bloques en la línea  $i+1$  son conectadas con las entradas de los bloques en la línea  $i$ , las cuales son numeradas secuencialmente desde 1 hasta  $N$ . Las salidas del primer bloque en la línea  $i+1$  son conectadas a las entradas: 1;  $M_{i+1} + 1$ ;  $2M_{i+1} + 1$ , etc. Las salidas del segundo bloque son conectadas a las entradas: 2,  $M_{i+1} + 2$ ,  $2M_{i+1} + 2$ , etc. En general, las salidas del  $j$ -ésimo bloque en la línea  $i+1$  son conectadas a las entradas  $j + kM_{i+1}$ , donde  $k$  toma valores de 0 a  $L_{i+1} - 1$ .

4. Ahora es necesario determinar los cambios de fase asignados a las líneas de transmisión que deberán de agregarse para asegurar la colimación del haz para todos los puertos. Para los bloques en la primer línea la cual tiene  $L_1$  puertos, las direcciones hacia donde el haz apunta cuando uno de estos bloques es conectado a un  $L_1$ -elemento del arreglo (sí  $L_1$  es par) son:  $\psi_0 = \pm \pi/L_1, \pm 3\pi/L_1$ , etc., con un espaciamiento en  $\psi$ , de  $2\pi/L_1$ . Sí  $L_1$  es impar,  $\psi_0 = 0, \pm 2\pi/L_1, \pm 4\pi/L_1$ , etc. Entonces los puertos de salida de los bloques en la primer línea son alimentados a elementos con espacio incrementado por un factor de  $M_1$ , los máximos del haz se encuentran en  $\psi_0 = \pm \pi/M_1 L_1, \pm 3\pi/M_1 L_1$ , etc., o  $\psi_0 = \pm \pi/N, \pm 3\pi/N$ , etc. Como se sabe los lóbulos de



un módulo presentan lóbulos laterales. Apropriados conmutadores de fase deberán insertarse en las líneas de interconexión de tal modo que lóbulos laterales elegido sea reforzado por contribuciones de todos los módulos en una línea y todos los otros lóbulos laterales sean suprimidos.

Es necesario mencionar que las salidas de los bloques para cualquier línea pueden ser ajustados independientemente por la razón importante de que la fase neta de transmisión de todas las salidas de cualquier bloque a través de las líneas restantes de la matriz son idénticas.

## 14. REFERENCIAS

1. **Butler J., and R. Lowe**, “Beam-forming matrix simplifies design of electrically scanned antennas”, *Electron. Design*, vol. 9., April, 1961.
2. **Delaney, W. P.**, “An RF multiple beam-forming technique”, *IRE Trans.*, vol. MIL-6, pp. 179-186, April, 1962.
3. **G-AE Subcomm. On Meas. Conc.**, “What is the fast Fourier transform?” *IEEE Trans. Audio Electroacoust.*, vol. AU-15, pp. 45-55, June 1967.
4. **Hagen Jon B.**, “Radio-Frequency Electronics: Circuits and applications”, Cambridge University Press, 1996.
5. **Moody H. J.**, “The systematic design of butler matrix”, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-12, no. 6, pp. 786-788, Nov. 1964.
6. **Shelton J. P., and S. S. Kelleher**, “Multiple beams from linear arrays”, *IRE Trans. Antennas Propagat.*, vol. AP-9, no. 1, pp. 154-161, Mar. 1961.
7. **Shelton, J. P.**, “Multibeam planar arrays”, *Proc. IEEE*, vol. 56, pp. 1818-21, November, 1968.
8. **Shelton J. P.**, “Fast Fourier transforms and butler matrices”, *Proc. IEEE*, vol. 56, no. 3, p. 350, Mar. 1968.
9. **Shelton J. P., y Hasiao J. K.**: “Reflective butler matrices”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. AP27, No. 5, 1979.
10. **Skolnik M. I.**, “Introduction to radar systems”, Mc-Graw-Hill, Inc., 1980.
11. **Stark, L.**, “Microwave theory of phased array antennas”, A Review, *Proc. IEEE*, vol. 62, pp. 1661-1701, December, 1974.
12. **White, W. D.**: “Patterns limitations in multiple-beam antennas”, *IRE Trans.*, vol. AP-10, pp. 430-436, July, 1962.

## Índice de Figuras

- 1) Símbolo esquemático para un acoplador híbrido.
- 2) En el extremo derecho se muestra el esquema general de un transformador híbrido, y en el extremo izquierdo el transformador equivalente con derivación central.
- 3) Símbolo para un híbrido a  $90^\circ$ .
- 4) Esquema de un conmutador de fase línea-paralela con N líneas elegibles digitalmente.
- 5) Conmutador de fase digital de 4 bit en cascada de cuantización  $\lambda/16$ . El arreglo en particular muestra un cambio de fase de  $135^\circ$  ( $3/8 \lambda$ ).
- 6) Acoplador híbrido de un bit.
- 7) Conmutador de fase línea cargada periódicamente.
- 8) Acoplador direccional de 3-dB generando dos lóbulos de un arreglo de dos elementos.
- 9) Esquema básico para una matriz de Butler para 8 lóbulos, usando conmutadores de fase fijas y doce acopladores direccionales.
- 10) A) primera línea de una MB usando matrices de cuatro puertos como módulos de construcción. B) Una matriz de Butler de 16 puertos.